

## TENTAMEN FUNDAMENTELE INFORMATICA 2

donderdag 12 januari 2006, 14.00 - 17.00 uur

Dit tentamen bestaat uit 5 opgaven waarbij steeds de waardering tussen [ en ] gegeven is. In totaal zijn er 100 punten te verdienen.

### Opgave 1 [18 pt]

Bekijk de taal  $L = \{00, 11\}^* \{01, 10\}^*$ .

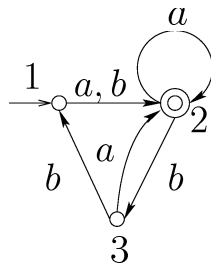
- Laat zien dat er geen taal  $K$  bestaat zodat  $L = K^*$ .
- Geef een eindige automaat voor  $L$ .
- Toon aan dat elke eindige automaat die  $L$  accepteert tenminste twee eindtoestanden heeft.
- Geef een eindige automaat voor het complement  $\{0, 1\}^* - L$  van  $L$ .

NB: eindige automaten zijn deterministisch en hun transitiefunctie moet volledig zijn gedefinieerd. Geef de gevraagde automaten d.m.v. hun transitiediagrammen.

### Opgave 2 [15 pt]

- Laat zien hoe elke NFA- $\Lambda$  kan worden omgebouwd naar een NFA- $\Lambda$  die dezelfde taal herkent en een begintoestand heeft zonder inkomende transitie's en precies één eindtoestand zonder uitgaande transitie's.

Bekijk nu de volgende NFA  $M$ :



- Pas de bij (a) gegeven methode toe op  $M$ .
- Construeer volgens de methode van Brzozowski en McCluskey een reguliere expressie voor de taal van  $M$ .

### Opgave 3 [22 pt]

Gegeven is de eindige automaat  $M$  met invoeralfabet  $\{a, b\}$ , drie toestanden 0, 1 en 2 met 0 als begintoestand en enige accepterende toestand; de transitiefunctie  $\delta$  van  $M$  wordt gegeven door  $\delta(i, a) = (i + 1) \bmod 3$  en  $\delta(i, b) = (i - 1) \bmod 3$  voor alle  $i \in \{0, 1, 2\}$ .

- Teken het transitiediagram van  $M$ .
- Bereken  $\delta^*(0, bbab)$  en  $\delta^*(0, bbaa)$ .

(c) Bewijs met inductie naar  $|w|$  dat voor alle woorden  $w \in \{a, b\}^*$  geldt:

$$\delta^*(0, w) = (n_a(w) - n_b(w)) \bmod 3$$

(d) Geef  $L(M)$  (met uitleg).

---

**Opgave 4** [25 pt]

$G$  is de context-vrije grammatica met startsymbool  $S$  en producties:

$S \rightarrow CDA \mid VVD \mid PVDA \mid SP \quad A \rightarrow AA \mid AaA \mid a$

$C \rightarrow CC \mid aC \mid a \quad D \rightarrow aD \mid a \mid \Lambda \quad P \rightarrow aP \mid \Lambda \quad V \rightarrow DP \mid \Lambda$

(a) Geef systematisch alle verdwijnende (nullable) niet-terminalen van  $G$ .

Is  $\Lambda \in L(G)$ ? Waarom (niet)?

(b) Gebruik het vorige onderdeel om een CFG  $G'$  te construeren zonder  $\Lambda$ -producties en zodat  $L(G') = L(G) - \{\Lambda\}$ .

(c) Geef alle keten producties van  $G'$ .

Construeer uit  $G'$  een equivalente ketenvrije grammatica  $G''$ .

(d) Wanneer is een context-vrije grammatica in Chomsky normaalvorm?

(e) Bekijk nu de context-vrije grammatica  $H = (\{Z, A, D\}, \{c, d, v\}, Z, Q)$  en verzameling producties  $Q$  bestaande uit:

$Z \rightarrow cdA \mid vvD \quad A \rightarrow AA \mid D \mid a \quad D \rightarrow d.$

Geef een grammatica in Chomsky normaalvorm die dezelfde taal genereert als  $H$ .

---

**Opgave 5** [20 pt]

(a) Voor elke  $j \geq 0$  is  $L_j$  de taal gegeven door  $L_j = \{a^k b^{j \cdot k} \mid k \geq 0\}$ .

Laat zien dat elke  $L_j$  context-vrij is.

(b) Formuleer het pomplemma voor context-vrije talen.

(c) Gebruik het pomplemma om te bewijzen dat de taal  $L = \{a^k b^{k^2} \mid k \geq 0\}$  niet context-vrij is.

(d) Is  $K = \{a^k b^{j \cdot k} \mid j, k \geq 0\}$  context-vrij?

(Waarom denk je dat? Een bewijs is niet nodig.)

---

einde tentamen