

TENTAMEN FUNDAMENTELE INFORMATICA 2

donderdag 8 januari 2004, 14.00 - 17.00 uur

Dit tentamen bestaat uit 5 opgaven waarbij steeds de waardering tussen [en] gegeven is. In totaal zijn er 100 punten te verdienen.

Opgave 1 [20 pt]

Gegeven zijn twee reguliere talen over het alfabet $\{0, 1\}$:

$L_1 = \{0, 1\}^* \{01\} \{0, 1\}^*$ bestaande uit de woorden die een deelwoord 01 hebben,

$L_2 = \{0, 1\}^* \{11\} \{0, 1\}^*$ bestaande uit de woorden die een deelwoord 11 hebben.

- Geef een eindige automaat die L_1 accepteert.
- Geef een eindige automaat die L_2 accepteert.
- Geef een eindige automaat voor de taal $L_1 \cup L_2$ die bestaat uit alle woorden die 01 of 11 (of beide) bevatten.
- Geef een eindige automaat voor het complement $\{0, 1\}^* - L_2$ van L_2 .
- Geef reguliere expressies voor de talen uit de onderdelen (c) en (d).

NB: geef de gevraagde automaten m.b.v. hun transitiediagrammen; let erop dat ze deterministisch en volledig gedefinieerd moeten zijn!

Opgave 2 [20 pt]

Gegeven is de niet-deterministische eindige automaat M met alfabet $\{a, b\}$, toestandsverzameling $\{1, 2, 3, 4\}$, begintoestand 1 en accepterende toestanden $\{3, 4\}$. De transitiefunctie δ van M staat hieronder in een tabel.

δ	a	b
1	$\{1, 2\}$	$\{4\}$
2	\emptyset	$\{2, 3\}$
3	$\{1\}$	\emptyset
4	\emptyset	\emptyset

- Teken het transitiediagram van M .
 - Bereken $\delta^*(1, a)$, $\delta^*(1, ab)$, $\delta^*(1, aba)$, $\delta^*(1, abb)$ en ga na welke van de vier woorden a , ab , aba , abb door M worden geaccepteerd.
 - Gebruik de subsetconstructie om een (deterministische) FA te maken die $L(M)$ accepteert.
-

Opgave 3 [15 pt]

Zij $L = \{a\}\{a, b\}^*\{b\} \cup \{b\}\{a, b\}^*\{a\}$ de taal bestaande uit alle woorden die ofwel met een a beginnen en met een b eindigen ofwel met een b beginnen en met een a eindigen.

We bekijken de equivalentierelatie I_L bepaald door L :
 xI_Ly als $\{z \in \{a, b\}^* \mid xz \in L\} = \{z \in \{a, b\}^* \mid yz \in L\}$.

- (a) Bewijs: $[\Lambda]$, $[a]$, $[b]$, $[ab]$ en $[ba]$ zijn de equivalentieklassen van I_L .
- (b) Geef de minimale eindige automaat die L accepteert door gebruik te maken van het vorige onderdeel.

Opgave 4 [25 pt]

De context-vrije grammatica G wordt gegeven door zijn producties:

$$S \rightarrow SaT \mid b \text{ en } T \rightarrow SaS$$

- (a) Laat zien dat $babab$ en $babababab$ woorden uit $L(G)$ zijn door voor elk een afleidingsboom te geven.
- (b) We bekijken nu G' , verkregen uit G door de productie $S \rightarrow b$ weg te laten.
 Bewijs (met inductie naar k) dat voor alle $k \geq 1$ geldt: als $S \Rightarrow_{G'}^k w$ dan is $w = Sx_1x_2 \dots x_k$ met elke $x_j = aS$ of aT en $n_S(w)$, het aantal optredens van S in w , is oneven.
- (c) Bewijs $L(G) = \{b\}\{abab\}^*$.
- (d) Geef een reguliere grammatica G'' zodat $L(G'') = L(G)$.
- (e) Is G dubbelzinnig? Is $L(G)$ inherent dubbelzinnig?
 Beargumenteer het antwoord.

Opgave 5 [20 pt]

Geef stapelautomaten voor de volgende talen:

$$L_1 = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ en } j = i + k\},$$

$$L_2 = \{xaybz \mid x, y, z \in \{a, b\}^* \text{ en } |y| = |x| + |z|\}.$$

NB: geef de automaten m.b.v. een transitietabel of een transitiediagram en voorzie ze van enige toelichting.