

TENTAMEN FUNDAMENTELE INFORMATICA 2

maandag 2 augustus 2004, 14.00 - 17.00 uur

Dit tentamen bestaat uit 5 opgaven waarbij steeds de waardering tussen [en] gegeven is. In totaal zijn er 100 punten te verdienen.

Opgave 1 [20 pt]

We bekijken talen over het alfabet $\{0, 1\}$.

L_1 bestaat uit alle woorden die tenminste twee optredens van een 0 bevatten en

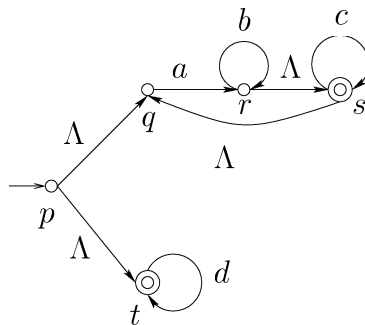
L_2 bestaat uit alle woorden die geen deelwoord 00 hebben.

- Geef een eindige automaat die L_1 accepteert.
- Geef een eindige automaat die L_2 accepteert.
- Geef een eindige automaat voor de taal $L_1 \cap L_2$ die bestaat uit alle woorden die geen deelwoord 00 hebben en waarin tenminste twee keer een 0 voorkomt.
- Geef reguliere expressies voor L_1 , L_2 en $L_1 \cap L_2$.

NB: geef de gevraagde automaten m.b.v. hun transitiediagrammen; let erop dat ze deterministisch en volledig gedefinieerd moeten zijn!

Opgave 2 [20 pt]

De NFA- Λ M heeft alfabet $\{a, b, c, d\}$, toestandsverzameling $\{p, q, r, s, t\}$ met begintoestand p en accepterende toestanden $\{s, t\}$. De transitiefunctie δ is gegeven in het hieronder getekende transitiediagram:



- Geef de transitietabel voor M .
- Geef voor elke toestand $u \in \{p, q, r, s, t\}$, de Λ -afsluiting $\Lambda(\{u\})$.
- Bereken $\delta^*(p, \Lambda)$, $\delta^*(p, a)$, $\delta^*(p, ab)$, $\delta^*(p, ac)$.
- Ga na of Λ , abc , acb worden geaccepteerd door M .
- Construeer een NFA M' zodat $L(M') = L(M)$. Geef M' d.m.v. zijn transitietabel; vergeet niet ook de begintoestand en de accepterende toestanden van M' aan te geven.

Opgave 3 [20 pt]

Gegeven zijn de talen

$$K = \{w \in \{a, b\}^* \mid 0 \leq n_a(u) - n_b(u) \leq 2 \text{ voor elk prefix } u \text{ van } w\}$$

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid 0 \leq n_a(w) - n_b(w) \leq 2\}.$$

NB: $n_d(x)$ is het aantal malen dat het symbool d voorkomt in het woord x .

- (a) Zijn de volgende woorden element van K ? En van L ? (Zonder bewijs.)
 baa $abaa$ $abba$ $aaba$ a^3b^3 a^7b^3 .
- (b) Laat zien dat K een reguliere taal is.
- (c) Is L regulier? Bewijs je antwoord.

Opgave 4 [15 pt]

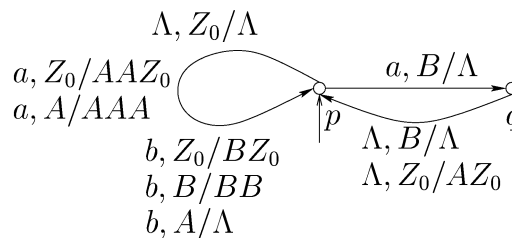
Geef context-vrije grammatica's voor de volgende vier talen:

$$L_1 = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ en } j = i + k\}$$

$$L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ en } i = j + k\}$$

$$L_1 \cup L_2$$

$$K = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ en } i > j + k\}.$$

Opgave 5 [25 pt]De PDA M met invoeralfabet $\{a, b, c, d\}$, stapelalfabet $\{A, B, Z_0\}$ waarvan Z_0 het initiële stapelsymbool is, wordt gegeven door het volgende transitiediagram:

M heeft geen eindtoestanden. We gebruiken het leeg zijn van de stapel als acceptatiecriterium: $L_e(M)$ bestaat uit die woorden x waarvoor er een berekening is van hun beginconfiguratie (p, x, Z_0) naar een configuratie (p, Λ, Λ) of (q, Λ, Λ) waarin de stapel leeg is.

- (a) Laat zien dat de woorden abb , bba en bab worden geaccepteerd door M door voor elk een accepterende berekening te geven.
- (b) Laat zien dat tijdens een berekening de stapel steeds bestaat uit 0 of meer A 's op Z_0 of 0 of meer B 's op Z_0 of leeg is.
- (c) Bewijs met inductie naar $|x|$:
voor alle $x \in \{a, b\}^*$ geldt dat $(p, x, Z_0) \vdash^* (p, \Lambda, \gamma Z_0)$ met
 $\gamma = A^k$ als $2n_a(x) - n_b(x) = k \geq 0$ en
 $\gamma = B^k$ als $2n_a(x) - n_b(x) = -k \leq 0$.
- (d) Vergelijk $L_e(M)$ met de taal gegenereerd door de context-vrije grammatica gegeven door de producties: $S \rightarrow \Lambda \mid aSbb \mid bSab \mid bSba$.
Zijn die twee talen gelijk, is de een in de ander bevat of zijn ze onvergelijkbaar? Verklaar het antwoord.