

TENTAMEN FUNDAMENTELE INFORMATICA 3

vrijdag 6 maart 2009, 10.00 - 13.00 uur

Dit tentamen bestaat uit 5 opgaven. Per opgave staat de waardering steeds tussen [en] vermeld. In totaal zijn er 100 punten te verdienen.

Opgave 1 [22 pt]

Gegeven is de CFG G met startsymbool S , terminaal alfabet $\{0, 1, \$\}$ en producties: $S \rightarrow X\$$ $X \rightarrow A1X1B \mid \Lambda$ $A \rightarrow 0A \mid 0$ $B \rightarrow 0B \mid \Lambda$.

- (a) Geef de (niet-deterministische) PDA die bij deze grammatica hoort.
 - (b) Geef voor elke productie van B de bijbehorende lookahead, d.w.z. geef aan bij welke terminalen (als volgend invoersymbool) de productie hoort.
Doe hetzelfde voor de producties van X .
 - (c) Pas factorisatie toe op de producties $A \rightarrow 0A$ en $A \rightarrow 0$.
Noem de resulterende grammatica H .
 - (d) Formuleer wat wordt verstaan onder de LL(1) eigenschap van context-vrije grammatica's.
Laat zien dat H aan de LL(1) eigenschap voldoet.
 - (e) Construeer een deterministische PDA die als top-down parser voor H kan worden gebruikt.
-

Opgave 2 [22 pt]

Bekijk de volgende talen:

$$L_1 = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0\},$$

$$L_2 = \{a^i b^j c^i \mid i, j, k \geq 0\} \text{ en}$$

$$L_3 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid n_a(w) > n_b(w) \geq 0 \text{ en } n_c(w) \geq 0\}.$$

- (a) Laat zien dat L_1 , L_2 en L_3 context-vrije talen zijn.
 - (b) Geef een stapelautomaat voor $L_1 \cap L_3 = \{a^i b^j c^k \mid i > j \geq 0 \text{ en } k \geq 0\}$.
 - (c) Geef een context-gevoelige grammatica voor $L_2 \cap L_3 = \{a^i b^j c^i \mid i > j \geq 0\}$.
 - (d) Zijn de volgende twee beweringen waar of niet?
Waarom denk je dat? (Geef een kort argument of tegenvoorbeeld.)
 - 1: De familie van context-vrije talen is gesloten onder doorsnijding.
 - 2: De familie van context-vrije talen is gesloten onder doorsnijding met reguliere talen.
-

Opgave 3 [25 pt]

(a) Construeer een Turingmachine $T_{1/2}$ voor de functie $\mathbf{half} : \{1\}^* \rightarrow \{1\}^*$ gedefinieerd door $\mathbf{half}(1^{2m-1}) = 1^m$ en $\mathbf{half}(1^{2m}) = 1^m$ voor alle $m \geq 1$. Dus $T_{1/2}$ halveert unair gerepresenteerde getallen (en is niet gedefinieerd voor 0).

(b) Construeer een Turingmachine T die de naar boven afgeronde logaritme berekent van unair gerepresenteerde getallen.

Dus T berekent de functie $\mathbf{log} : \{1\}^* \rightarrow \{1\}^*$ gedefinieerd door $\mathbf{log}(1^n) = 1^k$ als $2^{k-1} < n \leq 2^k$.

Tip: bedenk dat

$\mathbf{log}(1) = 0$ en $\mathbf{log}(1^n) = 1 + \mathbf{log}(\mathbf{half}(1^n))$ als $n \geq 2$.

Geef beide Turingmachines door middel van een toestandsdiagram en leg de gevolgde methodes duidelijk uit.

Opgave 4 [15 pt]

(a) Wanneer wordt een taal recursief genoemd?

En wanneer recursief opsombaar?

(b) Stel dat taal L herkend (beslist) wordt door een Turingmachine T .

Laat zien hoe T kan worden veranderd in een TM M met $L(M) = L$.

Pas T zo aan dat de resulterende TM het complement van L beslist.

(c) Beargumenteer dat als L_1 recursief opsombaar is en L_2 recursief, de taal $L_1 - L_2$ recursief opsombaar is.

Opgave 5 [15 pt]

(a) Definieer: $P_1 \leq P_2$ (P_1 reduceert naar P_2)

voor twee beslissingsproblemen P_1 en P_2 .

(b) Neem aan dat P_1 onbeslisbaar is en $P_1 \leq P_2$.

Laat zien dat P_2 ook onbeslisbaar is.

(c) Formuleer de stelling van Rice.

(d) Gebruik de stelling van Rice om te concluderen dat

Accepts- Λ :

Gegeven Turingmachine T ; wordt Λ door T geaccepteerd?

onbeslisbaar is.

(e) Gebruik de voorgaande onderdelen om te bewijzen dat

Accepts:

Gegeven Turingmachine T en invoerwoord x ; wordt x door T geaccepteerd?

onbeslisbaar is.
