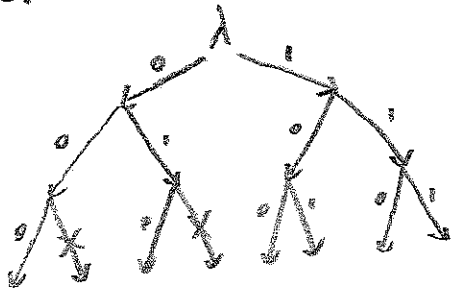


54) a. 001



b. 0101

Het zit hem in de alternatie.

c. 110

Alle kleinere woorden zitten er wel in.

d. 0110

- 55)
- $\{\lambda\}$
 - $\{\lambda, a, aa\}$
 - $\{aa, ab, aab, ba, bb, bab, aba, abb, abab\}$
 - \emptyset
 - $\{aa\}^*$

56) a. Stel $L \neq \emptyset$, neem het kortste woord $x \in L$. In L^2 is er geen woord korter dan x^2 . Omdat $L = L^2$ moet $x = x^2$ gelden en dus $|x| = 0$ en dus $x = \lambda$.

b. hyp: $L = L^n$ voor $n \geq 2$, als $L = L^2$

bas: $n=2 \Rightarrow L = L^2$ is gegeven

ind: $L^{n+1} = L^n \cdot L$
 $= L \cdot L$ (hypothese)
 $= L$ (gegeven)

c. $L^* = \bigcup_{n \geq 0} L^n = L^0 \cdot \bigcup_{n \geq 1} L^n = L^0 \cdot L$ (vanwege b)
 $= L^0 \cup L = \{\lambda\} \cup L = L$ (vanwege a ($\lambda \in L$)).

d. Stel $K = \{\lambda\} \cup \{a^n \mid n \text{ oneven}, n > 0\}$, $K^2 = \{a\}^*$
 $L = \{a\}^*$, $L^2 = \{a\}^*$ \Leftarrow

56) e. Stel $K = \{a\}^*$, $L = \{a\}$, dan is $K^* = \{a\}^*$, maar $K \neq L$.
 $L^* = \{a\}^*$

57) a. Stel $K = \{a\}$, $n=2$, dan is $(K^*)^2 = \{a\}^*$
 $(K^2)^* = \{aaa\}^*$ ⚡

b. Stel $K = \{a\}$, $L = \{b\}$, dan is $KL = \{ab\}$ en $(KL)^* = \{\lambda, ab, abab, \dots\}$ ⚡
 $LK = \{ba\}$ en $(LK)^* = \{\lambda, ba, babab, \dots\}$ ⚡

c. Stel $K = \{a\}$, $L = \{ab\}$, $M = \{a, ba\}$, dan is $K-L = K$.

$$(K-L)M = KM = \{aa, aba\}$$

$$KM - LM = \{aa, aba\} - \{aba, abba\} = \{aa\}$$
 ⚡

d. $(K^* L^*)^* = (K \cup L)^*$ (Lemma in Schuur)
 $= (L \cup K)^*$
 $= (L^* K^*)^*$

e. Stel $K = \{aa\}$, dan is $K^c = U - \{aa\}$ en $(K^c)^* = U$
 $K^* = \{a^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$ en $(K^*)^c = U - \{a^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$ ⚡

5g) a. $\{a, b\} \{aa, ab, ba, bb\}^*$.

b. $\{b\}^* \{a\} \{b\}^*$.

c. $\{a\} \{a, b\}^* \cup \{a, b\}^* \{bb\}$.

d. $\{a, b\}^* \{aaa\} \{a, b\}^*$.

e. $\{a, b\}^* \{bbab\} \{a, b\}^*$.

60) a. - ja, $01 \in L$

$01(01)^R = 0110 \in L$.

. nee, xx is alleen $\in L$ als $x = x^R$.

. nee, als $|x|$ oneven, dan $x \notin L$.

. nee, $0101 \notin L$.

b. bas: $01, 10 \in L$ en $\epsilon \in K$

ind: neem een $x \in L$, deze is opgebouwd uit xx^R
hetgeen $\in K$.

c. nee. $01011010 \notin L$, maar $\in K$.