34) a. $1+3+5+\ldots+(2n-1) = \sum_{i=1}^{n}(2i-1)$

hyp: $\sum_{i=1}^{n}(2i-1) = n^2$

bas: $(2\cdot 1 - 1) = 1$

ind: $\sum_{i=1}^{n+1}(2i-1) = \sum_{i=1}^{n}(2i-1) + 2(n+1)-1$

$= n^2 + 2n+1$

$= (n+1)^2$

b. $2+6+18+\ldots+2\cdot 3^n = \sum_{i=0}^{n}(2\cdot 3^i)$

hyp: $\sum_{i=0}^{n}(2\cdot 3^i) = 3^{(n+1)}-1$

bas: $2\cdot 3^0 = 2 = 3^1 - 1$

ind: $\sum_{i=0}^{n+1}(2\cdot 3^i) = \sum_{i=0}^{n}(2\cdot 3^i) + 2\cdot 3^{(n+1)}$

$= 3^{(n+1)} - 1 + 2\cdot 3^{(n+1)}$

$= 3\cdot 3^{(n+1)} - 1$

$= 3^{(n+2)} - 1$

38) c. hyp: $\sum_{k=1}^{n} F_k^2 = F_n F_{n+1}$

bas: $F_1^2 = 1 = F_1 F_2$

ind: $\sum_{k=1}^{n+1} F_k^2 = \sum_{k=1}^{n} F_k^2 + F_{n+1}^2$

$= F_n F_{n+1} + F_{n+1}^2$

$= F_{n+1}(F_n + F_{n+1})$

$= F_{n+1} F_{n+2}$

35) a. hyp: $\sum_{k=1}^{n} (-1)^k k^2 = (-1)^n \sum_{k=1}^{n} k$

bas: $0 = 1 \cdot 0$

ind: $\sum_{k=1}^{n+1} (-1)^k k^2 = \sum_{k=1}^{n} (-1)^k k^2 + (-1)^{n+1} (n+1)^2$

$= (-1)^n \sum_{k=1}^{n} k + (-1)^{n+1} (n^2+2n+1)$

$* \quad \sum_{k=1}^{n} k = \frac{n^2+n}{2}$

hyp: $\sum_{k=1}^{n} (-1)^k k^2 = (-1)^n \cdot \frac{n^2+n}{2}$

bas: $0 = 1 \cdot 0$

ind: $\sum_{k=1}^{n+1} (-1)^k k^2 = \sum_{k=1}^{n} (-1)^k k^2 + (-1)^{n+1} \cdot (n+1)^2$

$= (-1)^n \frac{n^2+n}{2} + (-1)^{n+1} (n+1)^2$

$= (-1)^{n+1} \left(-\frac{n^2+n}{2} + 2\frac{(n+1)(n+1)}{2}\right)$

$= (-1)^{n+1} \left(\frac{(n+2)(n+1)}{2}\right)$

35a)
$$\sum_{k=1}^{n}(-1)^k k^2 = (-1)^n \sum_{k=1}^{n} k$$

$n=0 \to \quad 0 \quad = 1 \cdot 0 \quad ✓$

$n=1 \to \quad (-1)^1 1^2 \quad = (-1)^1 \cdot 1 \quad ✓$

$$\sum_{k=1}^{n+1}(-1)^k k^2 = \sum_{k=1}^{n}(-1)^k k^2 + (-1)^{n+1}(n+1)^2$$

$$+(-1)^{n+1}(n^2+2n+1)$$

$$(-1)^n \sum_{k=1}^{n} k \quad + (-1)^{n+1}(n^2+2n+1)$$

$$(-1)^{n+1}(n+1) = (-1)^{n+1}(n^2+2n+1)$$

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n^2+n}{2}$$

$n=0 \to \quad 0=0 \quad ✓$

$n=1 \to \quad 1 = \frac{1+1}{2} \quad ✓$

$$\sum_{k=1}^{n+1} k = \sum_{k=1}^{n} k + n+1$$

$$= \frac{n^2+n}{2} + n+1$$

$$= \frac{1}{2}n^2 + 1\frac{1}{2}n + 1$$

$$= \frac{(n+1)^2+(n+1)}{2} \quad ✓$$

$$\frac{(n+1)^2+(n+1)}{2} = \frac{1}{2}(n+1)^2 + \frac{1}{2}(n+1)$$

$$= \frac{1}{2}(n^2+2n+1) + \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2}n^2 + n + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2}n^2 + 1\frac{1}{2}n + 1$$

43) a. $f(blad) = 1$

$f(knoop) = f(links) + f(rechts) + 1$

b. $f(blad) = 0$

$f(knoop) = max(f(links), f(rechts)) + 1$

46) bas: Δ is een bleups en heeft een oneven aantal Δ.

ind: als x een oneven aantal Δ heeft, dan heeft $x\Delta\Delta$ dat ook.

als x een $\Diamond$ bevat, dan bevat $x\Delta\Delta$ dat ook.

als x en y geen $\Diamond$ bevatten, dan bestaan ze uit een oneven aantal Δ en $x\Delta y$ ook.

als x en/of y een $\Diamond$ bevat, dan $x\Delta y$ ook.