17) Injectief: als $f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$

a. Nee, er zijn mensen met dezelfde leeftijd.

b. Ja, elke hoofdstad heeft zijn eigen coordinaten. (Jeruzalem niet?).

c. Nee, er zijn schrijvers die meer dan één boek hebben geschreven.

d. Ja, elk land heeft zijn eigen premier.

18) a. Stel $(g \circ f)(x) = (g \circ f)(y)$ d.w.z. $g(f(x)) = g(f(y))$.

Omdat g injectief is geldt $f(x) = f(y)$ en omdat f injectief is geldt $x = y$.

b. Surjectief: $f: A \to B$ is surjectief als $f(A) = B$, alle elementen uit het codomein worden gebruikt.

Neem een $c \in C$, omdat g surjectief is, bestaat er een $b \in B$ z.d.d. $g(b) = c$.

Omdat f surjectief is, bestaat er een $a \in A$ z.d.d. $f(a) = b$.

Dus $g(f(a)) = g(b) = c$.

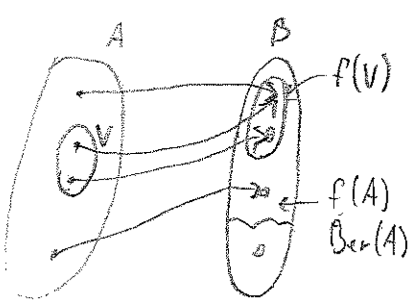
19) a. $tail^{-1}(2)$ is de verzameling binaire getallen die eindigen op precies 2 enen, dus 11 (3) of $x011$ met $x = 1\{0,1\}^*$. Deze verzameling is 3 mod 8.

b. $h^{-1}((100)^3(10)^3) = h^{-1}(100100100101010) = \begin{cases} a\ ccc\ aa \\ b\ acc\ aa \\ b\ bac\ aa \\ b\ bba\ aa \end{cases}$

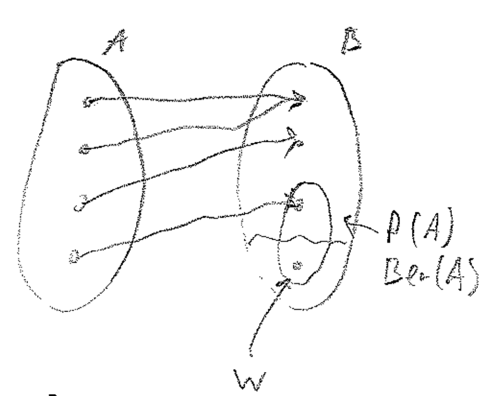
20) a. Neem een $x \in V$, en kijk naar $y = f(x)$. Dan is $y \in f(V)$ en per definitie is $x \in f^{-1}(f(V))$, omdat $f(x) \in f(V)$.

b. Neem een $y \in W$, als $y \in Ber(f)$ dan bestaat $x \in V$ z.d.d. $f(x) = y$

a.



b.



c:

	injectief	surjectief	bijectief
a	gelijkh.	inclusie	gelijkheid
b	inclusie	gelijkheid	gelijkheid

21) a. $F = 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \ldots$

$$\sum_{k=1}^{4} F_{2k} = F_2 + F_4 + F_6 + F_8 = 1 + 3 + 8 + 21 = 33$$

b. $\sum_{k=0}^{n} {}^{-}2^{k} = 1, {}^{-}1, 3, {}^{-}5, 11, {}^{-}21, 43, \ldots \qquad a_n = {}^{-}2\,a_{n-1} + 1\ ,\ a_0 = 1$

$\sum_{k=0}^{n} 1 = 1, 2, 3, \ldots \qquad a_n = a_{n-1} + 1,\ a_0 = 1 \qquad = n+1$

$\sum_{k=0}^{n} 3^{k} + {}^{-}2^{k} + 1 = 3, 5, 19, 39, \ldots \qquad a_n = a_{n-1} + 3^{n} + {}^{-}2^{n} + 1\ ,\ a_0 = 3$

d. $\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=i+1}^{n} a_{i,j}$

b(1) gebruik $\sum_{k=0}^{n} r^{k} = \frac{r^{n+1} - 1}{r - 1} \Rightarrow \frac{-2^{n+1} - 1}{-3}$

b(3) $\sum_{k=0}^{n} 3^{k} + {}^{-}2^{k} + 1 = \sum_{k=0}^{n} 3^{k} + \sum_{k=0}^{n} -2^{k} + \sum_{k=0}^{n} 1 \overset{(1)}{=} \frac{3^{n+1} - 1}{2} + \frac{-2^{n+1} - 1}{-3} + n + 1$

22) a. $\sum_{i=1}^{n} (-1)^{i+1} i^{2} = (-1)^{n+1} \sum_{i=1}^{n} i$

b. $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1}$

23) Stuur $2n$ naar n en $2n+1$ naar $-n-1$.

21) c. $\mathbb{P} - \bigcup_{n \geq 2} \left(V_n - \{n\} \right) - \{1\}$