Proeftentamen 29-04-2009

May 13, 2009

1 Opgeve 1.

Gegeven het domein van mensen introduceren we het binaire predikaat symbool $R(x,y)$ voor ' x is ouder van y ', en het één-plaatsig predikaatsymbool $P(x)$, voor 'x is van het vrouwelijk geslacht'. Geef predikaatlogische formules voor de volgende beweringen:

(a) Er zijn ouders die alleen dochters hebben: $\exists x \forall y (r(x,y) \rightarrow P(y))$.

(b) Er zijn mensen die geen kinderen hebben: $\exists x \neg \exists y (R(x,y))$.

(c) Er zijn kinderen die geen broers of zusters hebben:
$\exists y \exists x (R(x,y) \rightarrow \forall z (y = z))$.

2 Opgave 2.

Laat $M(D,I)$ een model zijn met $D = d$ (d.w.z., het domein D bestaat uit precies één element d) en $I(R) = \emptyset$, voor een twee-plaatsig predikaat R. Geef een predikaat-logische zin die M volledig bescrijft.
$\forall x((x = d) \wedge \neg R(x))$.

3 Opgave 3.

Laat door middel van een semantisch tableau zien dat de volgende gevolgtrekking *niet* geldig is: Uit $\exists x \forall y R(x,y), \forall x \forall y (R(y,x) \rightarrow P(x))$ volgr dat $\forall x P(x)$. Als de gevolgtrekking niet geldig is dan moeten we aantonen dat het tableau niet sluit: zie het plaatje 1. Het tegenvoorbeeld is: $I(R) = \{\langle e,d \rangle, \langle d,d \rangle\}, I(P) = \{d\}, D = \{d,e\}$.

4 Opgave 4.

Fromaliseer in de predikaatlogica de volgende bewering; 'er is geen kapper die iedereen scheert die zichzelf niet scheert,' en test deze bewering met een semantische tableau. De bewering ziet er als volgt uit. Waar $S(x,y)$ betekent x scheert y. $\neg \exists x \forall y (S(x,y) \leftrightarrow \neg S(y,y))$. Laten we testen of het een tautologie is, dus of het tableau voor $\circ \neg \exists x \forall y (S(x,y) \leftrightarrow \neg S(y,y))$ sluit. Zie het plaatje 2.

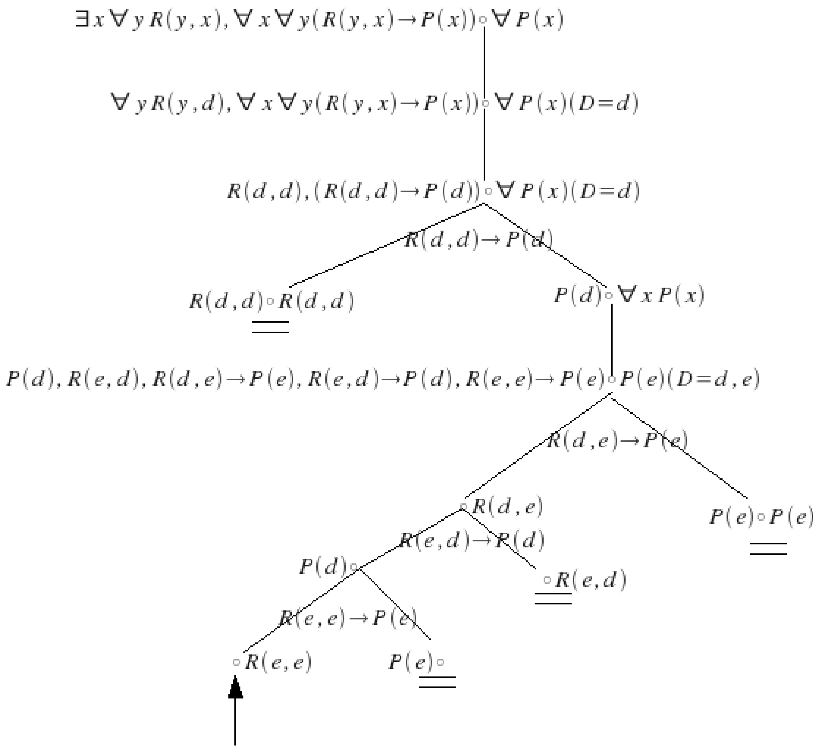

Figure 1: Opgave 3

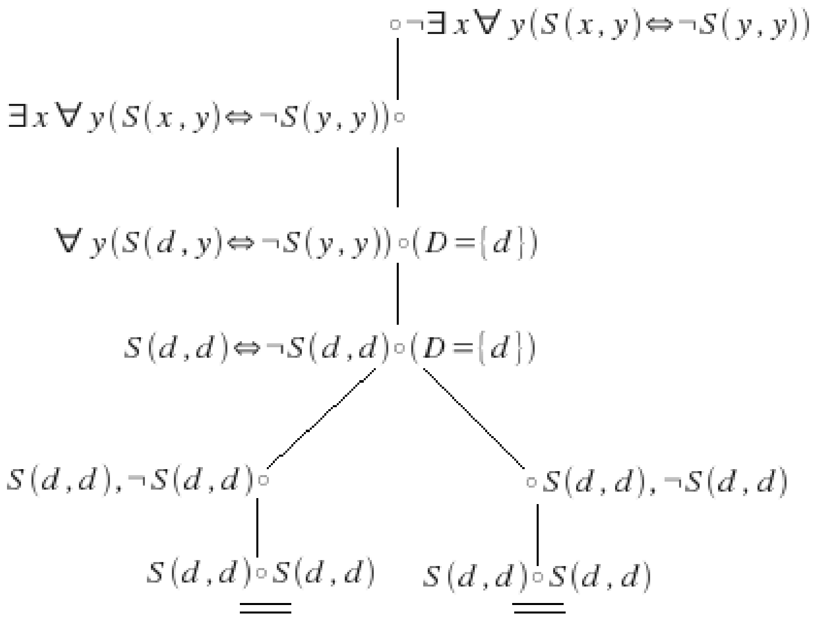

Figure 2: Opgave 4