1 Extra Opgaven tot Hoofdstuk 16

Bewijs met proposionele resolutie, d.w.z., genereer eerst de conjunctieve normaalvorm van de aannames en de negatie, en pas vervolgens resolutie toe op de corresponderende verzameling clauses.

1. $p \to (q \to r) \models q \to (p \to r)$
   Als $\Pi \models \phi$ dan moet $\Pi, \neg\phi$ niet concsistent zijn. Dus we moeten een lege clausule proberen af te leiden uit de verzameling van de clausules :$\Pi, \neg\phi$.
   $\{\{p \to (q \to r)\}, \{\neg(q \to (p \to r))\}\} \Leftrightarrow$
   $\{\{\neg p \vee (q \to r)\}, \{\neg(\neg q \vee (p \to r))\}\} \Leftrightarrow$
   $\{\{\neg p \vee \neg q \vee r\}, \{\neg(\neg q \vee \neg p \vee r)\}\} \Leftrightarrow$
   $\{\{\neg p, \neg q, r\}, \{q \wedge p \wedge \neg r\}\} \Leftrightarrow$
   $\{\{\neg p, \neg q, r\}, \{q\}, \{p\}, \{\neg r\}\} \Leftrightarrow$
   $$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\{\neg p, \neg q, r\} \qquad \{p\}}{\{\neg q, r\}} \qquad \{q\}}{\{r\}} \qquad \{\neg r\}}{\bot}$$

2. $(p \wedge q) \to t \models p \to (q \to t)$
   We moeten laten zien dat de verzameling van de clausules $\{(p \wedge q \to t\}, \{\neg(p \to (q \to t))\}$ niet consistent is.
   $\{\{\neg(p \wedge q) \vee t\}, \{\neg(\neg p \vee (q \to t))\}\} \Leftrightarrow$
   $\{\{\neg p \vee \neg q \vee t\}, \{\neg(\neg p \vee \neg q \vee t)\}\} \Leftrightarrow$
   $\{\{\neg p, \neg q, t\}, \{(p \wedge q \wedge \neg t)\}\} \Leftrightarrow$
   $\{\{\neg p, \neg q, t\}, \{p\}, \{q\}, \{\neg t\}\}$
   $$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\{\neg p, \neg q, t\} \qquad \{p\}}{\{\neg q, t\}} \qquad \{q\}}{\{t\}} \qquad \{\neg t\}}{\bot}$$

3. $p \to q, p \to r \models p \to (q \wedge t)$
   Weer laat zien dat deze verzameling niet consistent is
   $\{\{p \to q\}, \{p \to r\}, \{\neg(p \to (q \wedge r))\}\} \Leftrightarrow$
   $\{\{\neg p \vee q\}, \{\neg p \vee r\}, \{\neg(\neg p \vee (q \wedge r))\}\} \Leftrightarrow$
   $\{\{\neg p, q\}, \{\neg p, r\}, \{p \wedge \neg(q \wedge r)\}\} \Leftrightarrow$
   $\{\{\neg p, q\}, \{\neg p, r\}, \{p \wedge (\neg q \vee \neg r)\}\} \Leftrightarrow$
   $\{\{\neg p, q\}, \{\neg p, r\}, \{p\}, \{\neg q, \neg r\}\}$
   $$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\{\neg p, q\} \qquad \{p\}}{\{q\}} \qquad \{\neg p, r\}}{\{r\}} \qquad \{p\}}{\{q\}} \qquad \{\neg q, \neg r\}}{\{\neg r\}} \qquad \{r\} \qquad \{\neg r\}}{\bot}$$