1) **a.** Geef de deelverzamelingen van $\{\ 1,2,3\ \}$.

b. Als verzameling A n elementen bevat, hoeveel deelverzamelingen heeft A dan?

2) Gebruik een Venn diagram om de uitdrukking $A \setminus (A \setminus B)$ te vereenvoudigen.

3) Redeneren met Venn diagrammen

a. Prove the following identity: $(A \cup B) \cap (A \cup B^c) = A$.

b. Prove $(A \cup B)\setminus(A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$.

4) **a.** Bewijs dat $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ door twee inclusies aan te tonen.

b. Bewijs dat $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ door twee inclusies aan te tonen.

c. Prove Theorem 1.4: The following are equivalent: $A \subseteq B$, $A \cap B = A$, and $A \cup B = B$.

5) Gegeven zijn de volgende talen over $B = \{\ 0,1\ \}$:
$K = \{\ x \mid \text{het binaire getal } x \text{ is een drievoud}\ \}$
De binaire string 10010 stelt het getal $1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$ voor, dat is dus $16 + 2 = 18$, een drievoud.
$L = \{\ x \mid x \text{ bevat geen twee opeenvolgende 0-en}\ \}$

a. Bepaal van elke taal de eerste vijf elementen, uitgaande van een ordening eerst op lengte en bij gelijke lengte alfabetisch.

b. Teken een Venn diagram voor deze talen, met in elk gebied
(i) een string van minimale lengte
(ii) een string van lengte vijf.

We kijken naar een aantal algebraische regels, die we al kennen uit de rekenkunde: $(x+y)+z = x+(y+z)$; $x+y = y+z$; als $x+y = x+z$ dan $y = z$; en $x \cdot (y+z) = x \cdot y + x \cdot z$. We zijn erg aan deze regels gewend, maar gelden ze ook bij de verzamelingenleer?

6) Bewijs de volgende eigenschappen van symmetrisch verschil.

a. $(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$ *associative*

b. $A \oplus B = B \oplus A$ *commutative*

c. als $A \oplus B = A \oplus C$ dan $B = C$ *cancellation*

d. $A \cap (B \oplus C) = (A \cap B) \oplus (A \cap C)$ *distributive*
Die laatste kun je ook uitrekenen, met De Morgan en distributiviteit (Opgave 4a), goede oefening als je ook *digital systems design* volgt!

7) In opgave 6 zagen we een aantal eigenschappen van de operatie $\oplus$. We kijken nu naar vergelijkbare regels.

a. Geldt *cancellation* voor vereniging: als $A \cup B = A \cup C$ dan $B = C$? Voor doorsnede?

b. Distribueert $\cup$ over $\oplus$:
$A \cup (B \oplus C) = (A \cup B) \oplus (A \cup C)$?

c. Distribueert $\oplus$ over $\cap$:
$A \oplus (B \cap C) = (A \oplus B) \cap (A \oplus C)$?

Een aantal opgaven is overgenomen uit (een vorige editie van) Schaum.