Voorbeelden verzamelingen

Rekenen met verzamelingen. Kies het universum $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, en daarbinnen de verzamelingen $A = \{1, 3, 5\}$ 'oneven' en $B = \{4, 5, 6\}$ 'groot'.

Nu $B^c = \{1, 2, 3\}$ en $A \setminus B = A \cap B^c = \{1, 3\}$, dus $(A \setminus B)^c = \{2, 4, 5, 6\}$.

Verder $A^c = \{2, 4, 6\}$ en $A^c \cup B = \{2, 4, 5, 6\}$. We laten zien dat de gelijkheid met $(A \setminus B)^c$ niet toevallig is.

Redeneren met verzamelingen. De gelijkheid $(A \cap B^c)^c = A^c \cup B$, voor elke A en B, kan bewezen worden door twee inclusies te laten zien.

Eerst $(A \cap B^c)^c \subseteq A^c \cup B$. Stel $x \in (A \cap B^c)^c$, dan $x \notin A \cap B^c$, dus[1] $x \notin A$ of $x \notin B^c$. Daarom $x \in A^c$ of $x \in B$, dwz. $x \in A^c \cup B$.

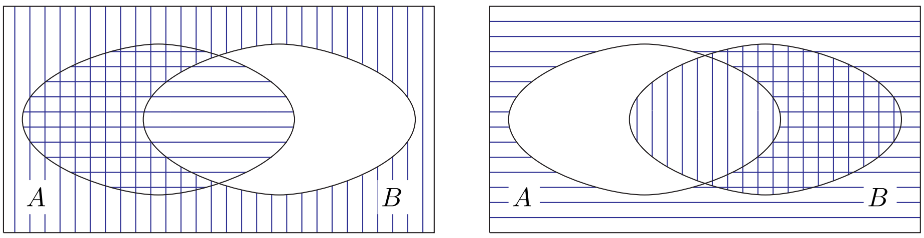
De omgekeerde inclusie $A^c \cup B \subseteq (A \cup B^c)^c$ wordt op dezelfde manier beredeneerd, eigenlijk door de redenering van achter naar voren te lezen.

Redeneren met Venn diagrammen. We laten (weer) zien dat $(A \cap B^c)^c$ en $A^c \cup B$ dezelfde verzamelingen zijn (voor elke A en B).

Linker abeelding. We bepalen de verzameling $(A \cap B^c)^c$. Arceer A horizontaal, en arceer B^c verticaal. Dan is $A \cap B^c$ het gebied dat dubbel gearceerd is, en dus $(A \cup B^c)^c$ het gebied dat ten hoogste éénmaal is gearceerd.

Rechter abeelding. We bepalen de verzameling $A^c \cup B$. Arceer A^c horizontaal, en arceer B verticaal. De doorsnede $A^c \cup B$ is het gebied dat gearceerd is (eventueel dubbel).

Aangezien de linker (niet dubbel) en rechter (gearceerd) gebieden overeenkomen kunnen we de gelijkheid $(A \cap B^c)^c = A^c \cup B$ concluderen.



Rekenen met de verzamelingenalgebra. Dezelfde gelijkheid $(A \cap B^c)^c = A^c \cup B$ op algebraïsche wijze, in slechts twee stappen: De Morgan en dubbel complement. $(A \cap B^c)^c = A^c \cup (B^c)^c = A^c \cup B$.

19 september 2010

[1] dat vergt nog uitleg: een element zit niet in de doorsnede als het niet in allebei de verzamelingen zit, dus niet in de een of niet in de ander