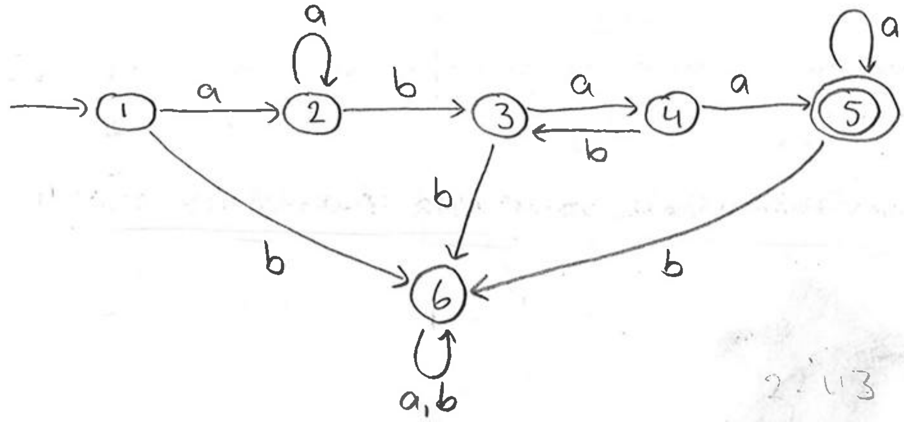
Uitwerking tentamen Automata Theory, 23 december 2021

21.44

1(a)



21.48 / 21.51

(b) $Q = \{1,2,3,4,5,6\}$

$\Sigma = \{a,b\}$

$q_0 = 1$

$A = \{5\}$

$\delta^*(q_0, aaba) = 4$

21.53/21.54

2) Laat $m, n \geq 0$ willekeurig met $m \neq n$.

Zonder beperking der algemeenheid, neem aan dat $m < n$.

* Als $m = 0$, is natuurlijk $n \geq 1$

  Kies dan $z = a$

  De string $a^m z = a^0 a = a \in L$, (want 0 voorkomens van aa en 0 voorkomens van ba.

  De string $a^n z = a^n a = a^{n+1} \notin L$, want $n+1 \geq 2$, dus de string bevat minstens één voorkomen van aa, en toch nog 0 voorkomens van ba

* Als $m \geq 1$, kiezen we $z = a(ba)^m$

  De string $a^m z = a^m a(ba)^m = a^{m+1}(ba)^m \in L$, want bevat m voorkomens van aa en m voorkomens van ba.

  De string $a^n z = a^n a(ba)^m = a^{n+1}(ba)^m \notin L$, want bevat n voorkomens van aa en m voorkomens van ba, terwijl $m < n$.

22.06

Achteraf gezien kunnen we in alle gevallen $z = a(ba)^m$ nemen, want voor $m = 0$ is dat gelijk aan a.

22.07

3) $L = aa + ba + aaa + baa + (aa+ba)(a+b)^*(aa+ba)$

22.09

22.12

4)

$r^0(i,j)$	$j=1$	2	3
$i=1$	$\Lambda+a$	b	$\emptyset$
2	a	Λ	b
3	a	b	Λ

$r^1(i,j)$	$j=1$	$j=2$	$j=3$
$i=1$	$\Lambda+a+(\Lambda+a)(\Lambda+a)^*(\Lambda+a)$	$b+(\Lambda+a)(\Lambda+a)^*b$	$\emptyset+(\Lambda+a)(\Lambda+a)^*\emptyset$
2	$a(\Lambda+a)^*(\Lambda+a)+a$	$\Lambda+a(\Lambda+a)^*b$	$b+a(\Lambda+a)^*\emptyset$
3	$a+a(\Lambda+a)^*(\Lambda+a)$	$b+a(\Lambda+a)^*b$	$\Lambda+a(\Lambda+a)^*\emptyset$

Vereenvoudigd

$r^1(i,j)$	$j=1$	$j=2$	$j=3$
$i=1$	a^*	$b+a^*b$	$\emptyset$
2	$a+aa^*$	$\Lambda+aa^*b$	b
3	$a+aa^*$	$b+aa^*b$	$\Lambda+$

Verder vereenvoudigd

$r^1(i,j)$	$j=1$	$j=2$	$j=3$
$i=1$	a^*	a^*b	$\emptyset$
2	aa^*	$\Lambda+aa^*b$	b
3	aa^*	$b+aa^*b$	Λ

$$r^2(3,1) = aa^* + \begin{pmatrix}b+\\aa^*b\end{pmatrix}(\Lambda+aa^*b)^* aa^*$$

22.38

22.55

5 (a)

(i) Nee, $L(G_1) \not\subseteq L$, want bijvoorbeeld $aba \in L(G_1)$
via $S \Rightarrow AB \Rightarrow aAbaB \Rightarrow abaB \Rightarrow aba$,
maar $aba \notin L$

(ii) Ja, $L \subseteq L(G_1)$
Als je links geen a's wilt hebben, kun je als volgt beginnen : $S \Rightarrow AB \Rightarrow B$
Als je links wel a's wilt hebben, kun je als volgt beginnen $S \Rightarrow aAB$

23.05

12.11

(b)(i) $\neg a$, $L(G_2) \subseteq L$

(ii) Nee, $L \not\subseteq L(G_2)$, want met aaAbabaBa zorg je ervoor dat $i \geq 2$. Het geval $i=1$ en $k \geq 1$ is niet mogelijk, b.v. $abaa \in L$, maar $abaa \notin L(G_2)$.

12.15

6 (a) De eerste zes elementen in de canonieke volgorde van L:

Λ, b, ab, ba, bb, aab

12.18

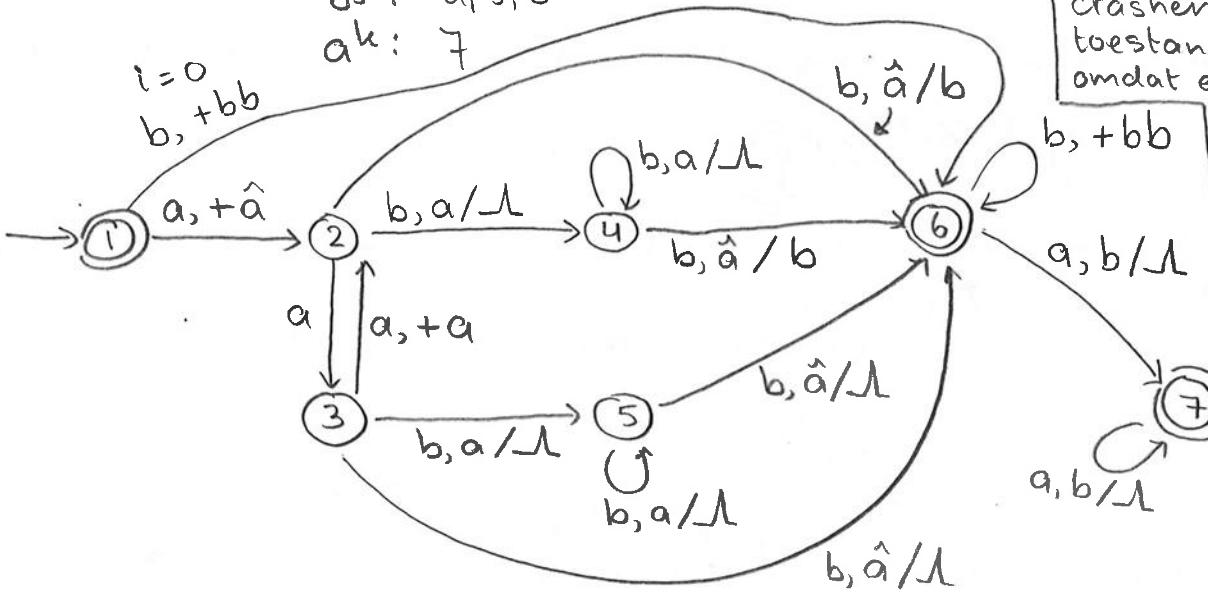
En vervolgens: aba, abb, baa, bba, bbb, aabb, abba

12.22

(b) In de toestanden houden we bij in welke fase van de string we zijn: a^i: 1, 2, 3
b^j: 4, 5, 6
a^k: 7

Als k te hoog is, crashen we in toestand 7 (of 6) omdat er geen b's meer op stapel staan.

12.46



Met a's op de stapel houden we bij hoeveel a's van a^i we hebben gelezen, gedeeld door 2, omhoog afgerond. We beginnen met â, zodat we kunnen zien dat het de onderste a op de stapel is.

In toestand 2 is i oneven, in toestand 3 is i even.
Als we dan b's gaan lezen, halen we voor elke b een a van de stapel (overeenkomend met twee a's, want de b telt voor 2 in $2j$). In toestand 4 voor i oneven, en toestand 5 voor i even.
Wanneer we â van de stapel halen, weten we dat alle a's van a^i zijn gecompenseerd met voldoende b's. We gaan dan naar accepterende toestand 6, en plaatsen daar per b die we lezen twee b's op de stapel (b telt voor twee in $2j$), om straks in toestand 7 weg te kunnen strepen tegen de a's van a^k.

23.40 / 23.41

7 (a) We zeggen dat x door M geaccepteerd wordt met lege stapel, als

$$(q_0, x, Z_0) \vdash_M^* (q, \Lambda, \Lambda) \quad \text{voor zekere } q \in Q$$

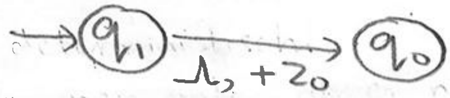
23.43

Ofwel er (be)staat een berekening van M waarbij x helemaal gelezen wordt en de stapel aan het eind van die berekening helemaal leeg is. Zelfs Z_0 staat niet meer op de stapel. Het maakt niet uit in welke toestand je eindigt.

23.44 / 0.07

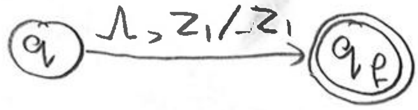
(b) i)

We geven M_1 een nieuw initiëel stapelsymbool Z_1 en een nieuwe begintoestand q_1, met transitie



waarbij q_0 de initiële toestand van M is, en Z_0 het initiële stapelsymbool van M.

Verder voorzien we elke toestand $q \in Q$ van een transitie

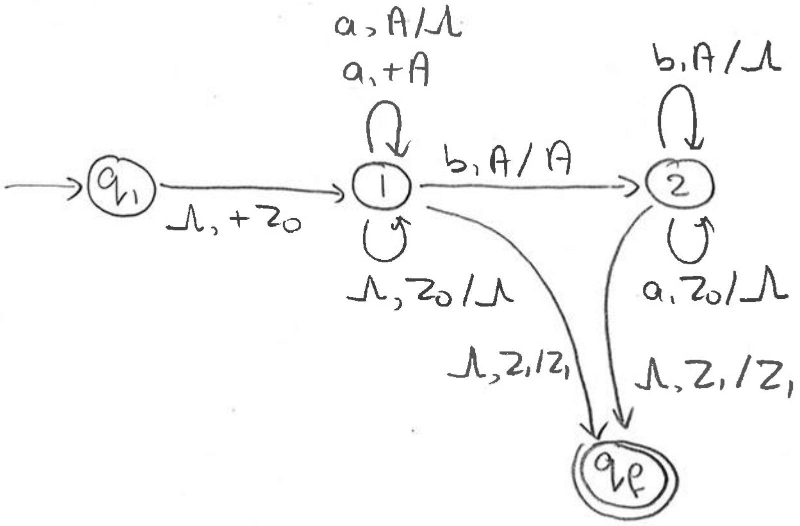


waarbij q_f een nieuwe toestand is, de enige accepterende toestand van M_1.

Voor de rest simuleert M_1 gewoon M, vanaf q_0.

0.15

(ii)



0.19

8) u_1: niet geschikt, want niet per se minstens lengte n

u_2: wel geschikt.

u_3: niet geschikt, want opsplitsing

$v = a^n b^{2n+n-1}$ $w = b$ $x = \Lambda$ $y = a$ $z = a^{2n-1}$

voldoet aan pomplemma

0.28 u_4: wel geschikt