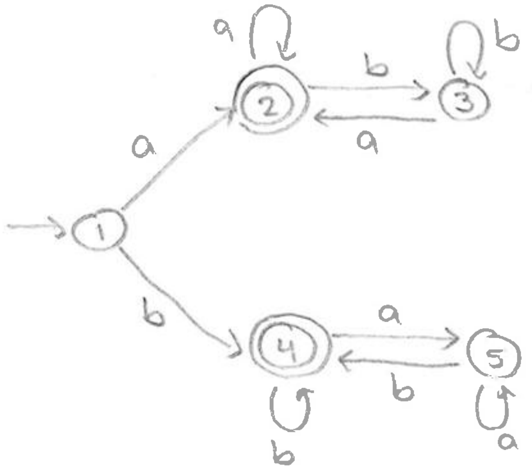
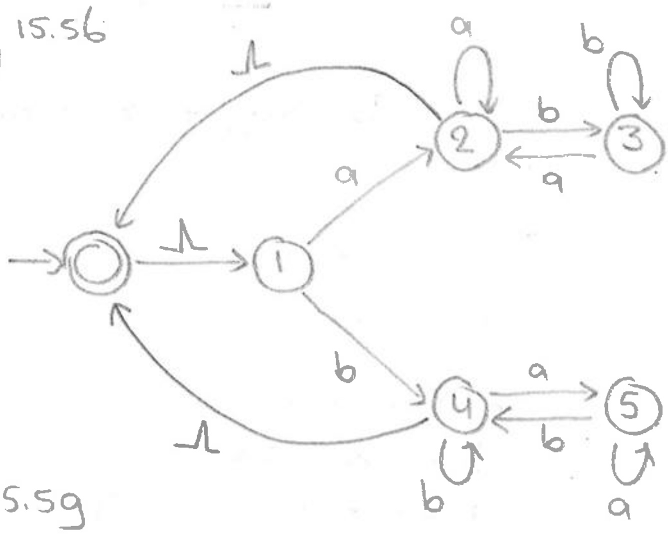
11.30

1(a)



(d) 15.56



15.59

11.32

(b) Er zijn vijf equivalentieklassen, overeenkomend met de vijf toestanden in M:

1: $\{\Lambda\}$
2: alle strings die beginnen en eindigen met een a. (inclusief de string a)
3: alle strings die beginnen met een a en eindigen met een b
4: alle strings die beginnen en eindigen met een b (inclusief de string b)
5: alle strings die beginnen met een b en eindigen met een a.

11.38

(c) Neem $x_1 = \Lambda$, $x_2 = ab$. (uit de equivalentieklassen overeenkomend met toestanden 1 en 3)
Als we beide strings verlengen met $z = b$, krijgen we
$x_1 z = b \in L$
$x_2 z = abb \notin L$.

11.40 / 11.41

2) $Q = Q_1 \times Q_2$
$q_0 = (q_1, q_2)$
$A = \{(p_1, p_2) \mid p_1 \in A_1 \text{ en } p_2 \in A_2\}$, ofwel $A_1 \times A_2$
$\delta((p_1, p_2), \sigma) = (\delta_1(p_1, \sigma), \delta_2(p_2, \sigma)) \quad \forall p_1 \in Q_1, p_2 \in Q_2, \sigma \in \Sigma$.

11.45

3) x_1 niet geschikt $\quad u = b^{n-2}, v = ba, w = a^{n-1}$
x_2 niet geschikt $\quad u = \Lambda, v = a, w = a^{2n-1}b^n$
(ervanuitgaande dat $n \geq 2$, wat overigens zeker is)
x_3 wel geschikt
x_4 niet geschikt $\quad u = \Lambda, v = ab, w = b^{n-1}a^n$

11.51

4) r_1 : ja, $L(r_1) \subseteq L$

nee, $L \not\subseteq L(r_1)$

De string $x = aababba$ zit wel in L, maar niet in $L(r_1)$

12.01./12.05

r_2 : ja, $L(r_2) \subseteq L$

ja, $L \subseteq L(r_2)$

12.07

r_3 : nee, $L(r_3) \not\subseteq L$

De string $x = aaa$ zit wel in $L(r_3)$, maar niet in L

nee, $L \not\subseteq L(r_3)$

De string $x = aabb$ zit wel in L, maar niet in $L(r_3)$.

12.10 / 18.58

Alternatieven voor 5(b):

* $S \to aSb \mid aSbb \mid aabbb$
* $S \to aaTbbb$
  $T \to aTb \mid aTbb \mid \Lambda$

5(a) De eerste drie elementen van L:

a^2b^3, a^3b^4, a^3b^5

19.00

(b) G heeft startvariabele S en de volgende producties:

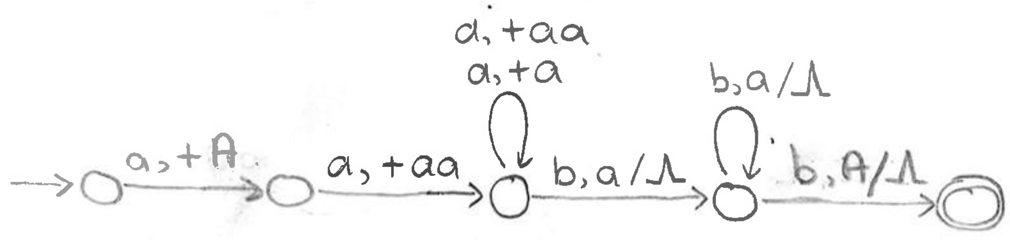
$S \to aTbb$

$T \to aTb \mid aTbb \mid ab$

S is er alleen maar om T te genereren, en ervoor te zorgen dat $i<j$ (door met zijn productie één a en twee b's te genereren) T kan willekeurig een a met één b of een a met twee b's genereren (met zijn eerste twee producties), zodat $i<j\leq 2i$ blijft. Met de laatste productie van T komt er met een a maar één b bij. Die productie moet gebruikt worden om de afleiding af te ronden, en die zorgt ervoor dat ook $j<2i$ geldig wordt (terwijl $i<j$ geldig blijft)

19.08

(c)



voor elke a die we nog lezen

19.12 Op de middelste toestand zetten we niet-deterministisch één of twee a's op de stapel, die vervolgens door b's van de stapel gehaald moeten worden

19.16

19.20

6) Basis:

Laat $x \in L(G)$ het resultaat zijn van een afleiding van één stap (het kleinst mogelijke aantal stappen om vanuit S een string over $\{a,b\}$ te genereren. Dan moet het om de volgende afleiding gaan:
$S \Rightarrow b$, ofwel $x = b$.
Inderdaad geldt in dit geval dat $x = (ba)^i b$, namelijk met $i = 0$.

Inductiehypothese:
Laat $k \geq 1$ en veronderstel dat elke string $x \in L(G)$ die in hoogstens k stappen vanuit S gegenereerd kan worden van de vorm $(ba)^i b$ is, voor zekere $i \geq 0$.

Inductiestap.
Laat nu $x \in L(G)$ het resultaat zijn van een afleiding van $k+1$ stappen. Er geldt dat $k+1 \geq 2$, dus de eerste stap in de afleiding van x moet zijn $S \Rightarrow SaS$, en vervolgens $SaS \Rightarrow^k x$.
Omdat we te maken hebben met een context-vrije grammatica moet gelden dat $x = y_1 a y_2$, zodat $SaS \Rightarrow^k y_1 a y_2$.
Hierbij moet $y_1 \in \{a,b\}^*$ in minder dan k stappen uit de eerste S afgeleid worden. Ofwel $y_1 \in L(G)$ en volgens de inductiehypothese is dan $y_1 = (ba)^{i_1} b$ voor zekere $i_1 \geq 0$
Net zo moet $y_2 \in \{a,b\}^*$ in minder dan k stappen uit de tweede S afgeleid worden. Ofwel $y_2 \in L(G)$ en volgens de inductiehypothese is dan $y_2 = (ba)^{i_2} b$ voor zekere $i_2 \geq 0$.
Maar dan is $x = y_1 a y_2 = (ba)^{i_1} ba (ba)^{i_2} b = (ba)^{i_1+1+i_2} b$, en dat is inderdaad van de vorm $(ba)^i b$, namelijk met $i = i_1 + 1 + i_2$.
□

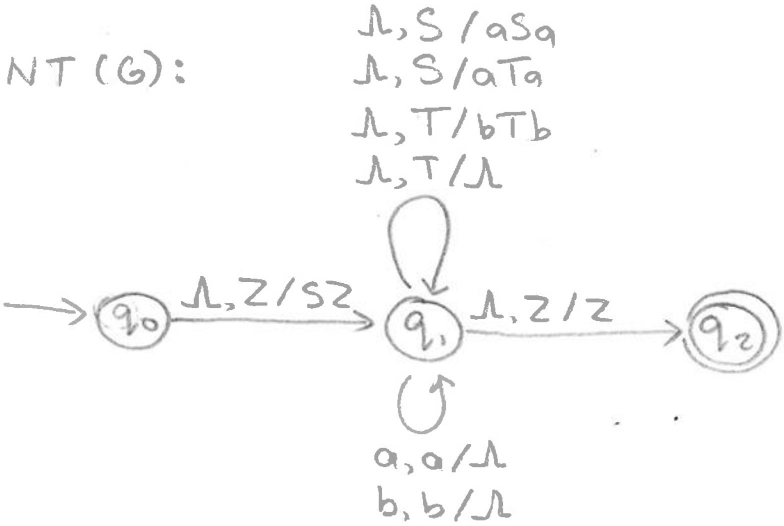
19.35.

7) M kent niet-determinisme

* in toestand q_0, met invoer a en stapelsymbool A
(we kunnen naar q_1 of naar q_2 gaan)
* in toestand q_2, met invoer b en stapelsymbool A
(we kunnen naar q_3 of naar q_4 gaan)
* in toestand q_3, met invoer b en stapelsymbool A
(we kunnen lussen naar q_3 of met de Λ-transitie naar q_5 gaan)

19.42

8a) NT(G):



19.44
(b)

toestand	resterende invoer	stapel	actie
q_0	abba	Z	ga naar q_1, +S
q_1	abba	SZ	expand $S \to aTa$
q_1	abba	aTaZ	match a
q_1	bba	TaZ	expand $T \to bTb$
q_1	bba	bTbaZ	match b
q_1	ba	TbaZ	expand $T \to \Lambda$
q_1	ba	baZ	match b
q_1	a	aZ	match a
q_1	-	Z	ga naar q_2
q_2	-	Z	klaar.

19.50

9) Bijvoorbeeld $L_1 = \{a^i b^i c^j \mid i,j \geq 0\}$ $L_2 = \{a^i b^j c^j \mid i,j \geq 0\}$
$L = L_1 \cap L_2 = \{a^i b^i c^i \mid i \geq 0\}$.

19.52.