59) **a.** We hebben een rij met 11 stoelen. Op hoeveel manieren kun je 6 personen hierop laten plaatsnemen?

b. Op hoeveel manieren kun je 10 personen om een ronde tafel met 10 stoelen eromheen laten zitten?

60) **a.** Hoeveel verschillende rijtjes van 8 nullen en enen bestaan er met een 1 op de eerste drie posities?

b. Hoeveel verschillende rijtjes van 8 nullen en enen bestaan er met precies 5 enen?

c. Hoeveel verschillende rijtjes van n nullen en enen bestaan er met precies k enen?

d. Hoeveel verschillende rijtjes van lengte n, bestaande uit nullen, enen en tweeën zijn er met precies k enen?

61) Hoeveel getallen van drie cijfers (decimaal stelsel) van de vorm abc bestaan er met $a < b < c$? Voorbeeld: 368.

62) **a.** Hoeveel verschillende lijnen (dus ongeordende paren $\{u, v\}$) kan een ongerichte graaf met n knopen maximaal hebben?

b. Hoeveel verschillende pijlen (dus geordende paren (u, v)) kan een gerichte graaf met n knopen maximaal hebben?

63) **a.** Hoeveel verschillende functies bestaan er van $\{1, 2, 3\}$ naar $\{1, 2, 3\}$?

b. Dezelfde vraag als **a.**, maar nu gaat het om functies van $\{1, 2, \ldots, n\}$ naar $\{1, 2, \ldots, n\}$.

c. Hoeveel verschillende *bijectieve* functies van $\{1, 2, \ldots, n\}$ naar $\{1, 2, \ldots, n\}$ zijn er?

64) Bewijs op twee manieren dat $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$.

a. door de formule voor binomiaalcoëfficiënten te gebruiken en botweg het rechterlid uit te rekenen.

b. door de combinatorische betekenis van $\binom{n}{k}$ te gebruiken.

65) Gegeven een samenhangende ongerichte graaf $G = (V, E)$ zonder cykels (dus een boom), met ten minste één lijn.

a. Bewijs: G heeft ten minste één knoop van graad 1.

b. Bewijs met behulp van **a.** en inductie naar het aantal knopen dat $|E| = |V| - 1$.

66) **a.** $G = (V, E)$ is een ongerichte cykelvrije graaf met c componenten, een bos met c bomen dus. Bewijs dat $|V| = |E| + c$.

b. Laat zien dat hieruit Theorem 8.6 (ii) $\Rightarrow$ (iii) eenvoudig af te leiden is.