8) **a.** Bewijs m.b.v. de axioma's uit Tabel 1-1 (Schaum):
$(B^c \cap A) \cup (A \cap B) = A$.

b. Geef de duaal van de gelijkheid uit a.

c. Geef de duale bewering van $A \cap (A \cap \varnothing)^c = A \cap U$.

9) **a.** Laat zien dat $A \cap (A \cap B^c)^c = A \cap B$ door de regels van de verzamelingenalgebra te gebruiken. Benoem de gebruikte regels.

b. Gebruik de regels van de verzamelingenalgebra om te laten zien dat in het algemeen $(V \cap W) \cap (V \cup W) = V \cap W$. Benoem de gebruikte regels.

c. Vereenvoudig $[\,(A \cup B^c) \cap C\,] \cup [\,(B - A) \cap C\,]$ zo ver mogelijk, gebruikmakend van rekenregels uit de verzamelingenalgebra.
Aanwijzing: wat is $(A \cup B^c) \cup (B - A)$?

10) **a.** Op $\mathbb{R}$ definiëren we de operatie gemiddelde: $x \,\&\, y = \frac{x+y}{2}$.
Bereken $4 \,\&\, 12 \,\&\, 8$.

b. Op $\mathbb{N}$ definiëren we de operaties minimum en maximum: $x \nabla y = \min\{x, y\}$, en $x \Delta y = \max\{x, y\}$. Laat zien dat de operaties ∇ en Δ (i) associatief zijn, en (ii) over elkaar distribueren.

11) A survey on a sample of 25 new cars being sold at a local auto dealer was conducted to see which of three popular options, air conditioning (A), radio (R), and power windows (W), were already installed. The survey found: 15 had air-conditioning, 12 had radio, 11 had power windows, 5 had air-conditioning and power windows, 9 had air-conditioning and radio, 4 had radio and power windows, 3 had all three options.
Find the number of cars that had (a) only W; (b) only A; (c) only R; (d) R and W, but not A; (e) A and R, but not W; (f) only one of the options; (g) at least one option; (h) none of the options.

12) Use Theorem 1.9 ($n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$) to prove Corollary 1.10:
If A, B, and C are finite sets, then so is $A \cup B \cup C$ and
$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$.

13) **a.** Hoeveel elementen heeft de verzameling $\{a, b\} \times \mathcal{P}(\{1, 2, 3\})$?
Licht je antwoord toe en geef drie van die elementen.

b. Bewijs dat $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \subseteq \mathcal{P}(A \cup B)$, voor twee willekeurige verzamelingen A en B.

c. Laat met een eenvoudig voorbeeld zien dat er in het algemeen geen gelijkheid geldt.

14) Laat nu $V = \{\ \{\varnothing\}, u, v\ \}$.
Geldt $\varnothing \in \mathcal{P}(V)$? Geldt $\{\varnothing\} \in \mathcal{P}(V)$? Geldt $\{\{\varnothing\}\} \in \mathcal{P}(V)$?
Geldt $\varnothing \subseteq \mathcal{P}(V)$? Geldt $\{\varnothing\} \subseteq \mathcal{P}(V)$? Geldt $\{\{\varnothing\}\} \subseteq \mathcal{P}(V)$?
Vergeet de uitleg niet.

15) **a.** Geef de elementen van $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\{0, 1\}))$.

b. Bepaal $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\varnothing))))$.